

Математика

Элементы теории вероятностей и математической статистики

Выполнила:
преподаватель
Щеглова А.А.

Кемерово, 2020 г

Теория вероятности

- Теория вероятностей – это раздел математики, в котором изучаются случайные события и выявляются закономерности при массовом их повторении.
- Вероятность – это возможность реализации какого-либо события, например, выздоровления.
- В нашей жизни часто происходят события, исход которых невозможно предсказать, результат которых зависит от случая. Случайное событие – событие, которое может произойти, а может не произойти. К ним можно отнести оценку результатов при выписке пациентов: излечение или хронизация заболевания.

Сумма и произведение событий

Суммой нескольких событий является событие, заключающееся в появлении хотя бы одного из них.

$C = A + B$ – **сумма двух событий A и B** , состоящее в появлении события A , **или** события B .

Произведением двух событий A и B является событие, заключающееся в совместном появлении событий A и B .

Произведением нескольких событий называется совместное появление всех этих событий.

$C = A \cdot B$ – **произведение двух событий A и B** , состоящее в совместном появлении события A и события B

Пример. Два врача порознь осматривают пациента с целью выявления конкретного заболевания. Найти вероятность события, которое заключается в том, что заболевание будет обнаружено в процессе осмотров ровно один раз (первым или вторым врачом). Примечание: первый врач может обнаружить заболевание, а второй нет, и наоборот второй врач обнаружит заболевание пациента, а первый нет.

Решение:

Обозначение:

Событие A – заболевание обнаружил первый врач.

Событие \bar{A} – первый врач заболевания не обнаружил.

Событие B – заболевание обнаружил второй врач.

Событие \bar{B} – второй врач заболевания не обнаружил.

заболевание обнаружит первый врач (A) и не обнаружит второй (\bar{B}) $A \cdot \bar{B}$

заболевание обнаружит второй (B) врач и не обнаружит первый (\bar{A}) $B \cdot \bar{A}$

$$B \cdot \bar{A}$$

Таким образом $A \cdot \bar{B} + B \cdot \bar{A}$

Пример. Два врача порознь осматривают пациента с целью выявления конкретного заболевания. Найти вероятность события, которое заключается в том, что заболевание будет обнаружено в процессе осмотров дважды (и первым, и вторым врачом)

Решение:

Событие A – заболевание обнаружил первый врач.

Событие \bar{A} – первый врач заболевания не обнаружил.

Событие B – заболевание обнаружил второй врач.

Событие \bar{B} – второй врач заболевания не обнаружил.

$A \cdot B$

Пример. Два врача порознь осматривают пациента с целью выявления конкретного заболевания. Найти вероятность события, заключающегося в том, что ни первый, ни второй врач заболевания не обнаружит.

Решение:

Событие A – заболевание обнаружил первый врач.

Событие \bar{A} – первый врач заболевания не обнаружил.

Событие B – заболевание обнаружил второй врач.

Событие \bar{B} – второй врач заболевания не обнаружил

$$\bar{A} \cdot \bar{B}$$

Классическая вероятность

Классическая вероятность применима к ситуациям, когда известно количество возможных исходов определенного события A . Если обозначить через m число случаев, в которых появилось событие A , а через n – общее число случаев, в которых реализуются определенные условия, тогда вероятность появления события A вычисляется по формуле:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$
$$0 < P(A) < 1.$$

Пример. В кармане халата медицинской сестры лежат две синих и одна красная ручки. Рассчитать вероятность извлечения красной ручки.

Решение:

$n = 2 + 1 = 3$ ручки – всего

A - вероятность извлечения красной ручки

$m = 1$ красная ручка

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{3} \approx 0,33 \text{ — извлечения красной ручки}$$

$$0 < P(A) < 1$$

$$0 < 0,33 < 1$$

Ответ: 0.33

Теория вероятности

Событие называется достоверным, если оно происходит в данном испытании обязательно.

Событие называется невозможным, если оно в данном опыте не может произойти. Например, регенерация утраченных конечностей.

Элементы теории вероятностей

События называются несовместными, если никакие два из них не могут произойти в данном опыте вместе. В противном случае совместными. Например: здоровый человек, находящийся в контакте с инфекционным больным, не может одновременно заболеть и не заболеть

$P(A + B) = P(A) + P(B)$ – Вероятность суммы двух несовместных событий равняется сумме вероятностей этих событий.

Пример. В аптечке содержится 12 флаконов настойки пустырника, 10 флаконов настойки календулы и 8 флаконов раствора перекиси водорода. Найти вероятность того, в наудачу извлеченном флаконе будет настойка пустырника или настойка календулы.

Решение:

$$n = 12 + 10 + 8 = 30$$

A – извлечение настойки пустырника, $p(A) = \frac{12}{30} = 0,4$

B – извлечение настойки календулы, $p(B) = \frac{10}{30} \approx 0,33$

События A и B несовместны, т.к. появление флакона настойки пустырника исключает появление флакона настойки календулы

$$P(A + B) = P(A) + P(B) = \frac{12}{30} + \frac{10}{30} = \frac{22}{30} = \frac{11}{15} \approx 0,73$$

Ответ: 0,73

Элементы теории вероятностей

Вероятность наступления по крайней мере одного из двух событий равна сумме вероятностей этих событий минус вероятность их одновременного наступления

$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$ – Вероятность суммы двух совместных событий

Пример. На зачете по математике нужно решить 2 задачи. Зачет ставится при решении хотя бы одной. Какова вероятность получить зачет, если вероятность решить первую задачу – 0,5; вторую – 0,7?

Решение:

Событие A – решена первая задача, $P(A) = 0,5$

Событие B – решена вторая задача, $P(B) = 0,7$

События совместные, значит

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,5 + 0,7 - 0,5 \cdot 0,7 = 0,85$$

Ответ: 0,85

Элементы теории вероятностей

Два события называются противоположными (A и \bar{A}), если в данном испытании они несовместны и одно из них обязательно происходит. Например, события $A =$ “заболеть” и $\bar{A} =$ “не заболеть” при контакте с инфекционным больным.

$P(A) + P(\bar{A})=1$ – Сумма вероятностей противоположных событий

Полной системой событий $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ называется совокупность несовместных событий, наступление хотя бы одного из которых обязательно при данном испытании.

Если $P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) = 1$, то A_1, A_2, \dots, A_n образуют полную группу событий.

Теорема умножения вероятностей для Зависимых и независимых событий. Формула полной вероятности

$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P_A(B)$ – Теорема умножения вероятностей для зависимых событий.

$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$ – Теорема умножения вероятностей для независимых событий.

$P(A) = \sum_{i=1}^n P_{B_i}(A) P(B_i)$ – Формула полной вероятности

$P_B(A)$ – Условной вероятностью события A называется вероятность его появления при условии, что появилось событие B .

Математическая статистика

- **Статистика – общественная наука, изучающая количественную сторону массовых общественных явлений в неразрывной связи с их качественной стороной в конкретных исторических условиях места и времени.**
- **Совокупность всех исследуемых объектов называют генеральной совокупностью.**
- **Выборочной совокупностью (выборкой) называют совокупность случайно отобранных объектов из генеральной совокупности.**
- **Число объектов выборки или генеральной совокупности называют объемом выборки.**
- **Разность между наибольшим и наименьшим значением числовой выборки называют размахом выборки.**
- **Выборку, представляющую собой неубывающую последовательность чисел, называют вариационным рядом.**

Пример. Из продукции, произведенной фармацевтической фабрикой за месяц, случайным образом отобраны 15 коробочек некоторого гомеопатического препарата, количество таблеток в которых оказалось равным соответственно 50, 51, 48, 52, 51, 50, 49, 50, 47, 50, 51, 49, 50, 52, 48. Найти: вариационный ряд, объем и размах выборки.

Решение:

Вариационный ряд:

47, 48, 48, 49, 49, 50, 50, 50, 50, 50, 51, 51, 51, 52, 52.

Размах $n=15$

Объем выборки $52-47=5$

Математическая статистика

Пусть из генеральной совокупности получена выборка объема n , причем x_i появляется в ней n_i раз. В этом случае числа n_1, n_2, \dots, n_k называют частотами значения выборки, а отношения $\frac{n_1}{n}, \frac{n_2}{n}, \dots, \frac{n_k}{n}$ называют относительными частотами значения выборки.

$$\sum_{i=1}^k x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$$

Последовательность пар $(x_1, n_1), (x_2, n_2), \dots, (x_k, n_k)$, называют статистическим рядом. Статистический ряд записывают в виде таблицы, где x – значения выборки, а n – частоты значения выборки.

x_1	x_2	\dots	x_k
n_1	n_2	\dots	n_k

Математическая статистика

Выборочное распределение записывается в виде таблицы:

x_1	x_2	\dots	x_k
$\frac{n_1}{n}$	$\frac{n_2}{n}$	\dots	$\frac{n_k}{n}$

Пример. Проведены измерения вязкости крови у 12 больных. Значения относительной вязкости крови у больных составили: 4, 1, 9, 4, 9, 6, 2, 4, 9, 6, 1, 4.

Решение:

Вариационный ряд: 1, 1, 2, 4, 4, 4, 4, 6, 6, 9, 9, 9.

Статистический ряд:

x_i	1	2	4	6	9
n_i	2	1	4	2	3

Выборочное распределение

x_1	1	2	4	6	9
$\frac{n_1}{n}$	2/12	1/12	4/12	2/12	3/12

Математическая статистика

Пусть выборка задана статистическим рядом: $(x_1, n_1), (x_2, n_2), \dots, (x_k, n_k),$

Полигоном выборки называется ломанная линия.

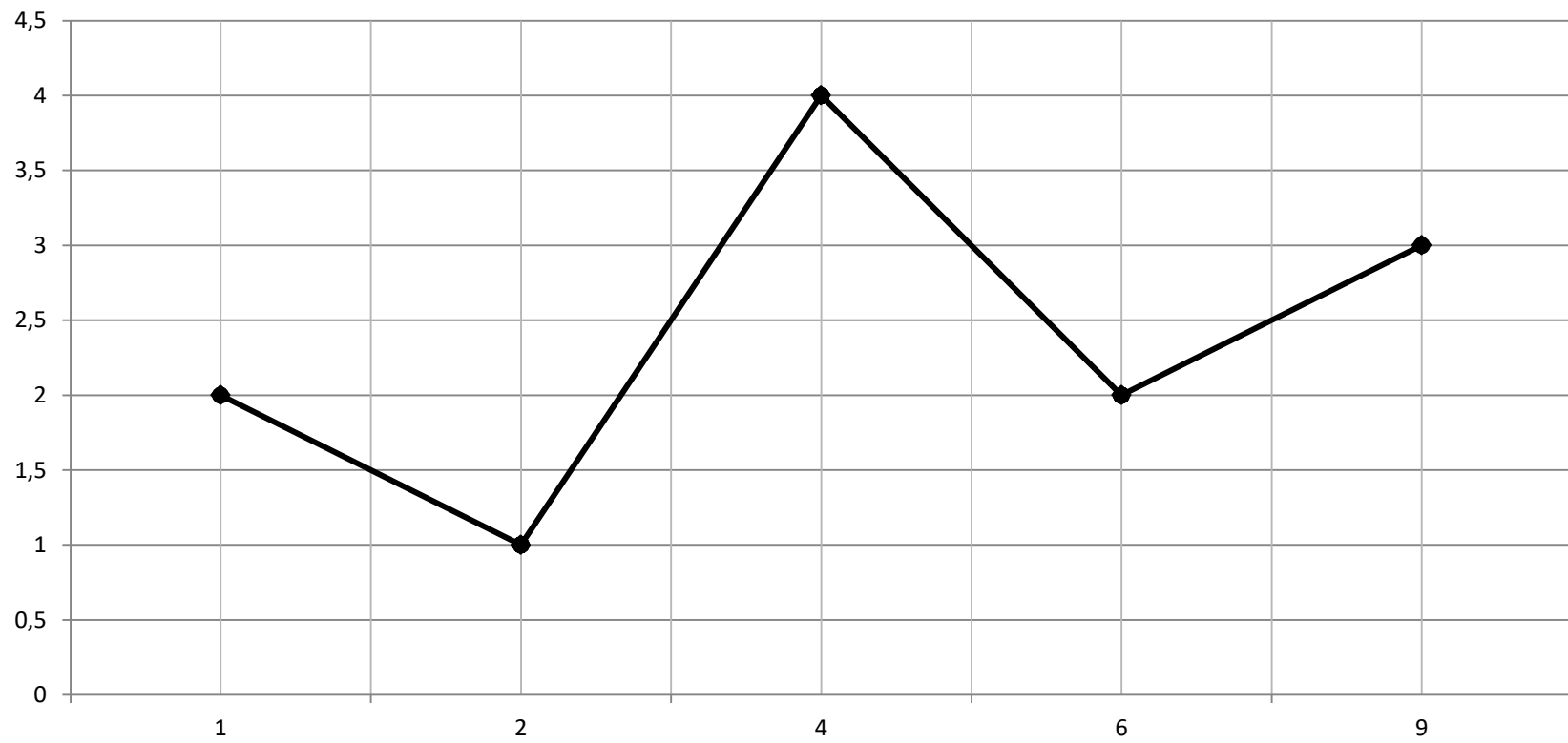
Различают два вида полигонов выборки: полигон частот (n_i, x_i) и полигон относительных частот $\frac{n_i}{n} (x_i)$.

Проведены измерения вязкости крови у 12 больных. Значения относительной вязкости крови у больных составили: 4, 1, 9, 4, 9, 6, 2, 4, 9, 6, 1, 4. Построить полигон частот и полигон относительных частот

Решение:

Статистический ряд:

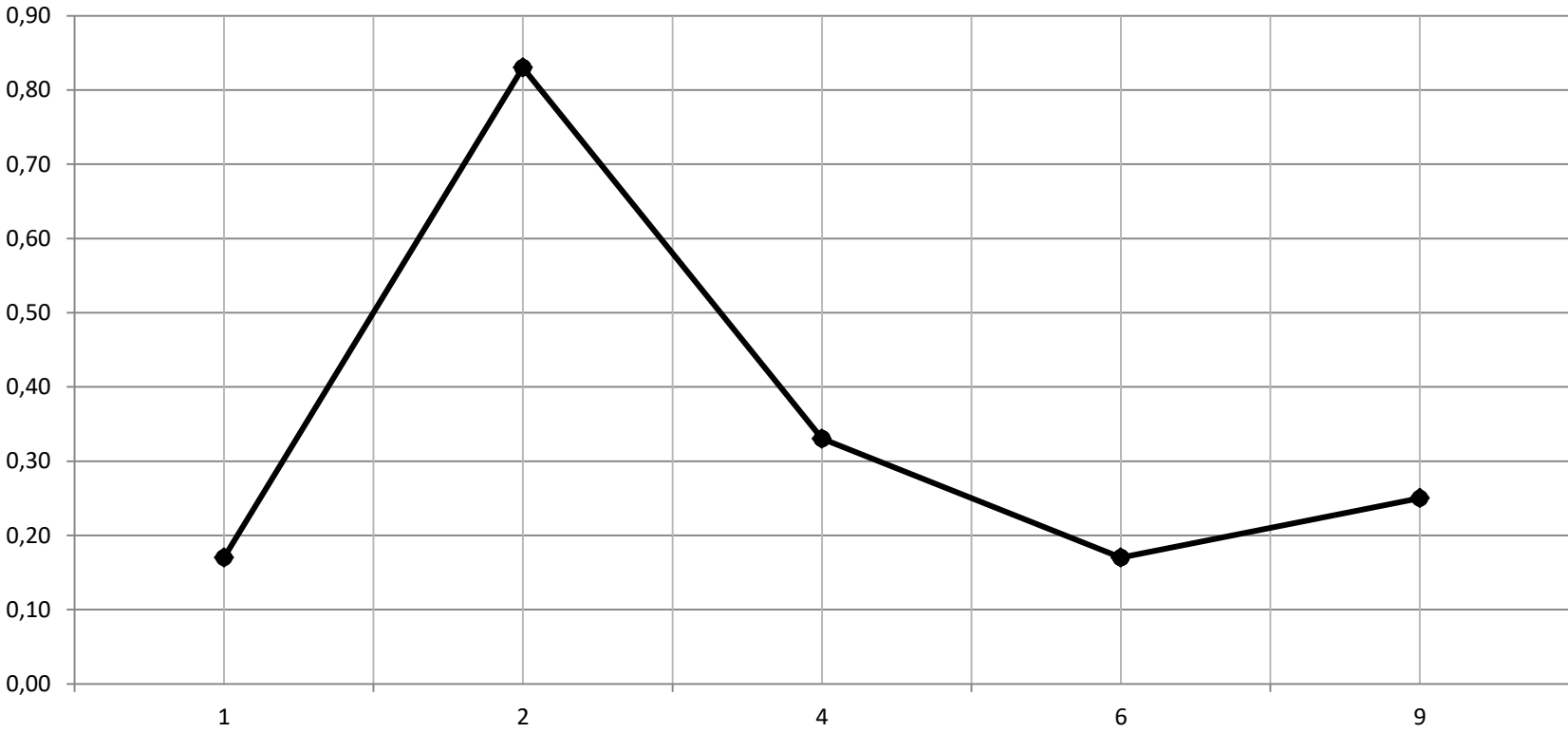
x_i	1	2	4	6	9
n_i	2	1	4	2	3



Полигон относительных частот

Решение: Выборочное распределение

x_1	1	2	4	6	9
$\frac{n_1}{n}$	0,17	0,83	0,33	0,17	0,25



Интернет ресурсы

- 1) <http://medlec.org/lek-11163.html>
- 2) <http://www.studfiles.ru/preview/3021871/>
- 3) <http://www.matburo.ru>
- 4) <http://www.matburo.ru/Examples/Files/kombin9.pdf>
- 5) http://gghelp.ru/_ld/9/968_.pdf
- 6) <http://v-gdz.com/math/5-9/na-privivky-v-medpynkt-otpravili-7-dryzei-skolkimi-raznimi-sposobami-oni-mogyt-vstat-v-ochered-y-medicinsko.html>
- 7) <http://festival.1september.ru/articles/526665/>
- 8) <http://www.studfiles.ru/preview/3351350/>
- 9) http://vmede.org/sait/?page=8&id=Matemata_pavlushkov_2013&menu=Matemata_p
- 10) http://www.matburo.ru/tvbook_sub.php?p=par12
- 11) <http://nsportal.ru/npo-spo/estestvennye-nauki/library/2013/11/02/metodicheskaya-razrabotka-prakticheskogo-zanyatiya-2>
- 12) www.slovari.yandex.ru
- 13) www.wikiboks.org
- 14) revolution.allbest.ru
- 15) <http://www.studfiles.ru/preview/5243791/>

Список литературы

- 1) ГБОУ ВПО "Красноярский государственный медицинский университет имени профессора [В.Ф.Войно-Ясенецкого](#)" Министерства здравоохранения и социального развития Российской Федерации. Кафедра общественного здоровья и здравоохранения с курсом ПО. СБОРНИК МЕТОДИЧЕСКИХ РЕКОМЕНДАЦИЙ ДЛЯ ВНЕАУДИТОРНОЙ РАБОТЫ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ по дисциплине «Доказательная медицина» для студентов ФФМО, Красноярск, 2012. Ссылка: <http://www.studfiles.ru/preview/545913/>
- 2) Математика: компьютерные технологии в медицине : учебник / В.П. Омельченко, А.А. Демидова. – Изд. 2-е, исп. – Ростов н/Д : Феникс, 2010.